

光角運動量によるランダウ準位分光

高橋 浩久[†]

博士論文に基づき、ランダウ量子化された2次元電子ガスによる光角運動量の吸収を介した光渦誘起電流とその選択則について報告する。光渦ビームには軌道角運動量 $l\hbar$ を運ぶという特徴がある。円形試料中の最低ランダウ準位の電子は $\sigma = 1$ (正ヘリシティ), $l = 0$, または $\sigma = -1$ (負ヘリシティ), $l = 2$ の光渦ビームを吸収することが示された。また、光渦による誘導電流が試料端に沿って分布していることを示した。光渦ビームの空間強度分布を反映する暗環が試料端と一致すると、誘導電流は消失する。このことは誘導電流強度が磁場の変化に対して振動的に変化することを導く。このことは、光渦ビームを用いたヘリシティに依存した吸収を実現する可能性がある。

Landau Level Spectroscopy by Optical Angular Momentum

Hirohisa Takahashi

We report an optical vortex-induced current via absorption of the optical angular momentum by a Landau-quantized two-dimensional electron gas and its selection rules based on my doctoral dissertation. The optical vortex beam has the characteristics of carrying the orbital angular momentum $l\hbar$. We show that the lowest Landau level electrons in the circular-shaped sample absorb the optical vortex beams with $\sigma = 1$ (positive helicity) and $l = 0$, or $\sigma = -1$ (negative helicity) and $l = 2$. It is also shown that the optical vortex-induced currents are distributed along the sample edge. The induced current disappears when the dark rings reflecting the spatial profile of the optical vortex beam coincide with the sample edge. This leads to the oscillational behavior of the intensity of the induced current in the change of the magnetic field. This scheme may provide a helicity-dependent absorption using the optical vortex beam.

1. 序論

光は電磁波であり、電場と磁場が振動しながら伝搬する。光はエネルギーと運動量を運び、それを受け渡すことで物体に力を与え得る。電場・磁場の振動状態は向きの偏りを持ち、直線偏光、円偏光などがある。ねじが回転しながら進むように、円偏光は振動方向が伝搬とともに回転する光である。円偏光がスピン角運動量(ヘリシティ)を運ぶことは古くから知られており [1], 水晶板にトルクを与えることが確認されている [2]。一般に、角運動量には軌道とスピンの自由度があり、電子が両方を持ち得ることは良く知られている。一方、光は長らくスピン角運動量しか持たないものと思われてきた。ところが1992年、波面がらせん状にうねることで光が軌道角運動量も運び得ることが理論的に示された [3]。このような光を光渦と呼ぶ。実際にマイクロ粒子への軌道角運動量の転送が確認されている [4]。光渦をめぐる理論、実験両面で研究が発展しつつあり、光と物質の相互作用を通じた「物質への光の軌道角運動量転送」が大きな関心事となっている。しかし一般に自由電子は光を吸収しない。このジレンマを乗り越える

ことが本研究の目的である。結果として、2次元領域に閉じ込められた自由電子系に強い磁場をかけた場合に起きるランダウ量子化をうまく活用することで、光渦の角運動量を電子系に転写させるプロセスが存在し得ることが初めて示された。以下に内容を述べる。

光渦ビームの構造的な特徴として、波数 k で z 軸方向に進む光渦ビームは $\exp(il\phi + ikz)$ という位相因子を持つ。ここで ϕ は円柱座標系の方位角である。光渦ビームは l を整数値として $l\hbar$ の量子化された軌道角運動量を持つ。この位相因子によりらせん状波面を持つ。なお、この量は光の偏光状態(スピン角運動量に対応)とは独立な量である。ビーム振幅の動径依存性に、ラゲール-ガウシアン(LG)モード [3] とベッセルモード [5] がよく知られており、前者はビームの伝搬とともにビームが広がっていくのに対して、後者は伝搬中も収斂しないという特徴を持っている [5]。

光の軌道角運動量の物質への転送の研究は精力的になされている。光ピンセットとして粒子にトルクを加えて回転させたり [6], レーザー加工によりらせん状構造物を作り出す [7], ボーズ-アインシュタイン凝縮体に光軌道角運動

[†]2019年度修了(自然科学プログラム), 現所属: 工学院大学学習支援センター

量を転送して原子を回転させること [8] などが実現されている。また、半導体の光渦ビーム吸収による光電流の誘起 [9] やカイラル磁性体へのスキルミオンの欠陥の生成 [10] などの理論的研究も行われている。

光軌道角運動量がどんな電子遷移選択則にも寄与するのかというのは未解決の問題である。特に、電気双極子遷移の範囲では光の軌道角運動量は対象の重心運動にしか寄与しないことが示され [11]、許される電子遷移に大きな制限がある。実際に、原子内電子に対しては、電気四重極遷移を通じた光軌道角運動量の転送は観測されているが [12]、電気双極子遷移では未だ報告が無い。自由電子であれば電気双極子遷移を通じて電子の重心運動に寄与できるように思われるが、自由電子が光を吸収しないこと [13] から電子が何らかの束縛状態にある必要がある。

この困難を乗り越えるのに、量子化されたエネルギー準位を持つ磁場下の2次元電子ガスは、非常に良い候補であり、そのような系を考えてきたのは、これまで知る限り我々のみである [14]。本論文では、2次元電子ガスのベッセルモード光渦ビーム吸収を通じた電気双極子遷移の選択則を明らかにし、試料端の誘起電流の振る舞いについての議論を [15] に基づいて報告する。

本論文は次のように構成される。第2節ではベッセルモード光渦ビームの導出の流れと構造について概説する。また、近軸近似適用についても説明する。第3節で2次元電子ガスについて概説し、第4節で光渦ビーム吸収によるランダウ準位間の励起についての選択則と誘起電流の振る舞いについて述べる。そして最後に、まとめと今後の展望を行う。

2. 光渦

LGビームは発散が少ないビームではあるが、高い精度で焦点を合わせる必要がある。一方で、ベッセルビームは無回折ビームで、高精度に焦点を合わせる必要が無いため実験をコントロールしやすいビームである。そこで我々はベッセルモード光渦ビームに注目し、これについて説明する。

2.1 ベッセルモード光渦ビーム

よく知られているように真空中でのマクスウェル方程式とクーロンゲージから、角振動数 ω の単色光 $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{A}(\mathbf{r}) e^{-i\omega t}$ は、ヘルムホルツ方程式

$$\Delta \mathbf{A}(\mathbf{r}) + k^2 \mathbf{A}(\mathbf{r}) = 0 \quad (1)$$

を満たす。ここで、 $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ はラプラス演算子で、波数 k の2乗は $k^2 = \omega^2/c^2$ という分散関係を満たす。また、 c は真空中での光の速さである。

このヘルムホルツ方程式の解として軌道角運動量を持つような解も許される。そのためには、光の進行方向を z 軸としたときに、 $\mathbf{A}(\mathbf{r})$ が運動量演算子の z 成分 ($p_z = -i\hbar \nabla_z$)

の固有ベクトルになっていること、すなわち、 $\hat{p}_z \mathbf{A}(\mathbf{r}) = \hbar k_z \mathbf{A}(\mathbf{r})$ を満たすことと、全角運動量演算子の z 成分の固有ベクトルになっていること、

$$\hat{J}_z \mathbf{A}(\mathbf{r}) = J \mathbf{A}(\mathbf{r}), \quad (2)$$

が必要である。なお、全角運動量演算子の z 成分は $\hat{J}_z = \hat{L}_z + \hat{S}_z$ で与えられ、各々の項は、軌道角運動量演算子とスピン角運動量演算子の z 成分で、

$$\hat{L}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \phi}, \quad \hat{S}_z = -i\hbar \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

で与えられる。そのような解は、進行方向に垂直な波数成分を k_\perp として、図1に示すような円錐角 $\theta_k = \tan^{-1}(k_\perp/k_z)$ の円錐上を進む平面波の重ね合わせとして記述でき、最終的に円柱座標系での解として、

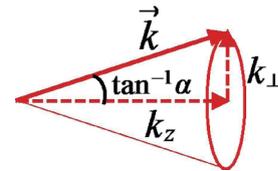


図1 波数ベクトル k と円錐角 $\theta_k = \tan^{-1}(k_\perp/k_z)$ との関係。 k_z は波数ベクトルの光軸方向成分で、 k_\perp はその垂直成分。高橋 (2019) [15] より転載。

$$\mathbf{A}^{\text{OV}}(\mathbf{r}|k_\perp, k_z, J, \sigma) = A_0 \sqrt{\frac{k_\perp}{2\pi}} \times \sum_{S=0, \pm 1} \eta_S (-i)^S c_{S, \sigma} J_{J-S}(k_\perp r_\perp) e^{i(J-S)\phi} e^{ik_z z}. \quad (4)$$

と記述される [16]。ここで、 $J_n(x)$ は n 次の第1種ベッセル関数であり、また、

$$c_{0, \sigma} = \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \sin \theta_k = \frac{\sigma}{\sqrt{2}} \frac{k_\perp}{\sqrt{k_\perp^2 + k_z^2}},$$

$$c_{+1, \sigma} = \frac{1}{2} (1 + \sigma \cos \theta_k) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\sigma k_z}{\sqrt{k_\perp^2 + k_z^2}} \right),$$

$$c_{-1, \sigma} = \frac{1}{2} (1 - \sigma \cos \theta_k) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\sigma k_z}{\sqrt{k_\perp^2 + k_z^2}} \right), \quad (5)$$

は波数ベクトルが光軸からずれることに起因する展開係数、 A_0 は光強度に関する振幅係数である。また、 η_S は偏極ベクトルで、円偏光の場合、

$${}^t \eta_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (S=0),$$

$${}^t \eta_\pm = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & \pm i & 0 \end{pmatrix} \quad (S=\pm 1), \quad (6)$$

で与えられ、 $\hat{S}_z \eta_S = \hbar S \eta_S$ を満たす。式(4)は、全角運動

量演算子 \hat{J}_z の固有状態であるが、演算子 \hat{L}_z と \hat{S}_z の固有状態になっていないのは明らかである。

2.2 近軸近似の下でのベッセルモード光渦ビーム

幾何光学においては、光線が光学系の光軸にほぼ沿って進むという近軸近似を行うことで、光路の計算を簡単にすることがある。我々の場合でも軌道角運動量の寄与に注目する上で近軸近似を行うことは重要である。式 (4) は非近軸近似におけるベクトルポテンシャルだが、近軸近似により軌道とスピンの角運動量が各々保存量となる。このことを説明する。

今、波数ベクトルの張る円錐角が $\theta_k = 10^\circ$ 、すなわち、 $k_\perp/k_z \approx 0.17$ 程度であれば、1%の精度で $\tan\theta_k \approx \theta_k$ が成り立って近軸近似が成立する。このとき式 (5) で与えられる展開係数が $c_{S,\sigma} \approx \delta_{S,\sigma}$ となり、近軸近似の下でのベクトルポテンシャルを次のように得る。

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{\ell,\sigma}^{\text{OV}}(\mathbf{r}) &\equiv \mathbf{A}^{\text{OV}}(\mathbf{r}|k_\perp, k_z, \ell + \sigma, \sigma) \\ &\sim \eta_\sigma A_0 \sqrt{\frac{k_\perp}{2\pi}} (-i)^\sigma J_\ell(k_\perp r_\perp) e^{i\ell\phi} e^{ik_z z}. \end{aligned} \quad (7)$$

ここで、軌道角運動量量子数 $\ell = J - \sigma$ を導入した。式 (7) は演算子 \hat{L}_z と \hat{S}_z のそれぞれの固有状態になっている。なお、 r_\perp を固定したまま $k_\perp \rightarrow 0$ の極限を取ると、ベッセル関数が $J_\ell(k_\perp r_\perp) \rightarrow \delta_{\ell,0}$ となって、 z 軸方向に進む全角運動量 $J = \sigma$ (すなわち、スピン角運動量のみ) を持つ平面波解に帰着することに言及しておく。

スピン角運動量と軌道角運動量の違いを見る。図2の (a) - (c) は光の進行方向から見た電場の時間変化である。矢印で電場の向きを表し、色と長さでその強度を表している。電場の向きを示す矢印が時間経過とともに時計回りに1周自転することがスピン角運動量量子数 $\sigma = 1$ に対応する。時刻を固定し、光軸まわりの閉経路に沿って電場の向きを追うと、時計回りに1周している。これが軌道角運動量量子数 $\ell = 1$ に対応する。すなわち、スピン角運動量は電場の自転に、軌道角運動量は公転に対応する。また、ベッセルモードにはベッセル関数の零点 $J_\ell(x) = 0$ に起因する暗環と明環が存在する。図2 (d) は光渦ビームの波面構造を示しており、らせん状構造を持つことが特徴である。このらせん波面の数が軌道角運動量量子数に対応し、上記の電場の公転を生み出す。

3. 2次元電子ガス

光渦ビームの軌道角運動量の量子論的な物質への転送を議論するにあたって、序論で述べたような困難を克服する必要がある。磁場下の2次元電子ガスは、電子が磁束を中心にサイクロトロン運動するような状態を、試料形状に応じて結合したコヒーレント状態を形成する[17]。このコヒーレント状態の重心に対して、光渦ビームの軌道角運動量

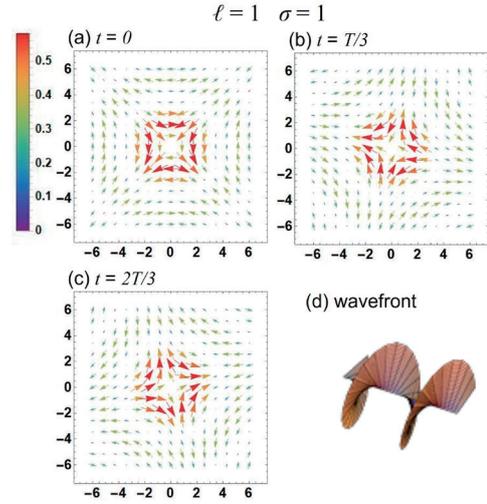


図2 (a) - (c), $\ell = 1, \sigma = 1$ のベッセルモード光渦の電場の時間変化と (d) らせん状波面構造。高橋 (2019) [15] より一部修正。

を転送できるはずである。そこで、軸対称な試料であれば同心円状のコヒーレント状態 (電子分布) を形成し、電子系も公転軌道、すなわち、軌道角運動量の自由度を持つであろう。さらに、2次元電子ガスは試料サイズをビーム径に合わせて調整し易い。こうしたことから磁場下の2次元電子ガスは最適な対象であると言える。そこで、2次元電子ガスについて説明を行う。

磁場下の電子の運動を量子論的に記述するハミルトニアンは、

$$H_0 = \frac{1}{2m_e} [-i\hbar\nabla + e\mathbf{A}^{\text{ext}}(\mathbf{r})]^2, \quad (8)$$

と記述される。なお、 \hbar は換算プランク定数、 m_e は電子質量、 e は電気素量である。今、 z 軸方向に外部磁場を印加し、かつ、軸対称な円形試料を考えるならば、そのベクトルポテンシャルとして、

$$\mathbf{A}^{\text{ext}}(\mathbf{r}) = \mathbf{A}_S = \left(-\frac{By}{2}, \frac{Bx}{2}, 0 \right), \quad (9)$$

という対称ゲージを採用するのが良い。このとき、次のようにハミルトニアンを、 H_0^{2D} と H_0^{plane} に分離する。

$$\begin{aligned} H_0 &= H_0^{2D} + H_0^{\text{plane}}, \\ H_0^{2D} &= \frac{\hbar^2}{2m_e} \left[\left(-i\frac{\partial}{\partial x} - \frac{eB}{2\hbar}y \right)^2 + \left(-i\frac{\partial}{\partial y} + \frac{eB}{2\hbar}x \right)^2 \right], \\ H_0^{\text{plane}} &= \frac{\hbar^2}{2m_e} \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \end{aligned} \quad (10)$$

H_0^{plane} は z 軸方向に進む平面波解を与える。今、面内に閉じ込められた2次元電子ガスを考えることにすれば、注目すべきハミルトニアンは H_0^{2D} である。 H_0^{2D} を円柱座標 (ρ, ϕ, z) で記述すると、

$$H_0^{2D} = \frac{\hbar\omega_c}{2} \left(-l_B^2 \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} - \frac{l_B^2}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} - \frac{l_B^2}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} - i \frac{\partial}{\partial \phi} + \frac{1}{4l_B^2} \rho^2 \right), \quad (11)$$

となる。なお、磁気長 $l_B = \sqrt{\hbar/eB}$ とサイクロトロン振動数 $\omega_c = eB/m_e$ である。シュレーディンガー方程式 $H_0^{2D} \psi(\rho, \phi) = E \psi(\rho, \phi)$ の適切な境界条件の下での規格化された解は、

$$E_{nm} = \hbar\omega_c \left(n + \frac{|m| + m}{2} + \frac{1}{2} \right), \quad (12)$$

$$n = 0, 1, 2, \dots, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

$$\psi_{nm}(\rho, \phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{im\phi} R_{nm}(\rho), \quad (13)$$

$$R_{nm}(\rho) = N_{nm} \exp\left(-\frac{\rho^2}{4l_B^2}\right) \left(\frac{\rho}{l_B}\right)^{|m|} L_n^{|m|}\left(\frac{\rho^2}{2l_B^2}\right),$$

$$N_{nm} = \left[\frac{n!}{(n+|m|)!} \right]^{\frac{1}{2}} \frac{1}{2^{\frac{|m|}{2}} l_B},$$

のように得られる[18]。上から、エネルギー固有値（ランダウ準位）、波動関数、その動径関数、規格化定数である。ここで $L_n^m(x)$ はラゲール陪多項式で、 n は主量子数、 m は電子軌道角運動量量子数である。ランダウ準位 (12) は電子軌道角運動量 m で記述されており、その変化によって励起が可能なことを示唆する。また、波動関数 (13) から図3のような同心円状の電子分布を持つ。すなわち、ある軌道角運動量を持つ電子は、中心軸まわりの公転軌道を描く。

なお、ランダウゲージ $\mathbf{A}_L = (-By, 0, 0)$ の場合のランダウ準位 $E_N = \hbar\omega_c (N+1/2)$ との対応から、

$$N = n + \frac{|m| + m}{2} + \frac{1}{2} \quad (14)$$

で準位をラベルできる。

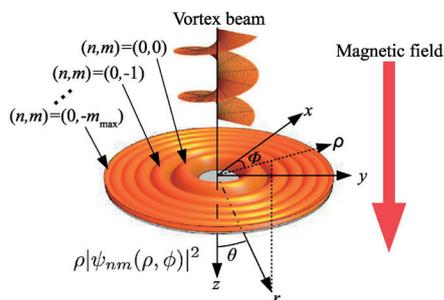


図3 磁場下の2次元電子ガスの分布と光渦ビーム入射の概略図。高橋 (2019) [15] より転載。

4. 光渦によるランダウ準位分光

前節で述べたような軸対称2次元電子ガスは、光の角運動量の転送を通じたランダウ準位間励起を見るのに最適な対象である。本節では、図3のような2次元電子ガスの中

心軸と光軸が一致するような光渦ビーム入射のケースについて、どのようにランダウ準位間励起が起き、誘起電流が現れるのかを議論する。特に本論文では、零温度で、図4に示すような強磁場中で最低ランダウ準位 ($N = 0$) からスピン反転のない励起に注目する。そのような励起は次のようにして実現される。強い磁場中では異常ゼーマン分裂効果のためにランダウ準位はゼーマン準位に分裂する。フェルミ準位が最低ランダウ準位のゼーマン準位の間であれば、全ての電子は最低ランダウ準位内にあり、同一方向にスピンの配向している。そこに仮にエネルギー $\hbar\omega_c$ を与えれば第2ランダウ準位 ($N = 1$) にスピン反転なく励起される。

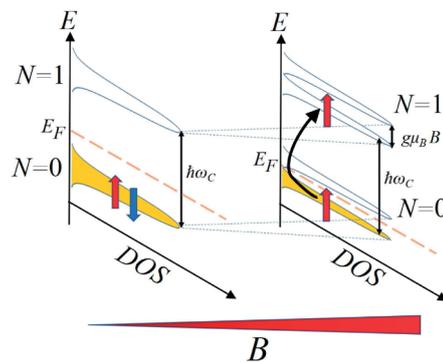


図4 スピン反転のないランダウ準位 ($N = 0$) からランダウ準位 ($N = 1$) への励起過程。高橋 (2019) [15] より転載。

4.1 線形応答理論に基づく光渦誘起電流

ランダウ量子化された2次元電子ガスと光渦ビームの相互作用を記述するハミルトニアンは、

$$\begin{aligned} H &= H_0 + \Delta H \\ &= \frac{1}{2m_e} [-i\hbar\nabla + e\mathbf{A}^{\text{ext}}(\mathbf{r})]^2 - \mathbf{A}_{\ell,\sigma}^{\text{OV}} \cdot \mathbf{j}, \end{aligned} \quad (15)$$

で与えられる。ここで、 H_0 は (8) で与えられる電子系ハミルトニアン、 $\mathbf{A}_{\ell,\sigma}^{\text{OV}}$ は (7) で与えられる光渦ビームのベクトルポテンシャル、 $\mathbf{j} = \frac{e}{m_e} (\mathbf{p} + e\mathbf{A}^{\text{ext}})$ は電流演算子である。なお、図4のようなスピン反転のない励起過程を考えているので、電子スピンの自由度は無視する。

ΔH を摂動ハミルトニアンとして線形応答理論を適用し [19]、光渦誘起電流を調べる。零温度での誘起電流の i 成分は、

$$\begin{aligned} \delta j_i(\omega) &= -\frac{1}{V} \sum_{n,m=\text{occ}} \sum_{n',m'=\text{unocc}} \\ &\times \frac{\langle n, m | j_i | n', m' \rangle \langle n', m' | \mathbf{A}_{\ell,\sigma}^{\text{OV}} \cdot \mathbf{j} | n, m \rangle}{E_{n,m} - E_{n',m'} + \hbar\omega + i\delta}. \end{aligned} \quad (16)$$

で与えられる。ここで、 $E_{n,m}$ と $|n, m\rangle$ は電子エネルギー固有値 (12) と波動関数 (13) である。なお、状態についての和は、 n, m は占有状態について、 n', m' は非占有状態

について取る。また、 δ は正の無限小量とする。

角運動量の変化に伴う誘起電流を調べるために、電流演算子にカイラル基底を採用し、 $j_{\pm} = (j_x \mp ij_y)/\sqrt{2}$ とすると、行列要素 $\langle n, m | j_{\pm} | n', m+1 \rangle$ は

$$\langle n, m | j_+ | n', m+1 \rangle = \begin{cases} -iel_B\omega_c\sqrt{2n+|m|+m+2} & (n' = n, m \geq 0), \\ iel_B\omega_c\sqrt{2n+|m|+m+2} & (n' = n+1, m < 0), \\ 0 & (\text{それ以外}), \end{cases}$$

$$\langle n, m | j_- | n', m-1 \rangle = \begin{cases} iel_B\omega_c\sqrt{2n+|m|+m} & (n' = n, m > 0), \\ -iel_B\omega_c\sqrt{2n+|m|+m} & (n' = n-1, m \leq 0), \\ 0 & (\text{それ以外}), \end{cases}$$

と求められる。一方、行列要素 $\langle n', m' | \mathbf{A}_{\ell, \sigma}^{\text{OV}} \cdot \mathbf{j} | n, m \rangle$ は、近軸近似光の場合、電気双極子遷移が非常に優勢で、

$$\begin{aligned} & \langle n', m' | \mathbf{A}_{\ell, \sigma}^{\text{OV}} \cdot \mathbf{j} | n, m \rangle \\ & \sim \frac{ie}{\hbar} (E_{n', m'} - E_{n, m}) \langle n', m' | \mathbf{A}^{\text{OV}} \cdot \mathbf{r} | n, m \rangle \\ & = A_0 \frac{e}{\hbar} \sqrt{\frac{k_{\perp}}{4\pi}} (E_{n, m} - E_{n', m'}) D_{n, m, \ell}^{n', m'} \delta_{m', m+\ell+\sigma}, \end{aligned} \quad (17)$$

のように与えられる。ここで、動径積分を

$$D_{n, m, \ell}^{n', m'} = \int d\rho \rho^2 R_{n', m'}(\rho) R_{n, m}(\rho) J_{\ell}(k_{\perp}\rho), \quad (18)$$

のように表した。方位角積分 $\int_0^{2\pi} \frac{d\phi}{2\pi} e^{i(m-m'+\ell+\sigma)\phi}$ から角運動量保存則 $\Delta m = m' - m = \ell + \sigma$ が得られる。

図4のようにフェルミ準位が最低ランダウ準位 ($N=0$) と第2ランダウ準位 ($N=1$) の間にある場合を考えているので、電子は最低ランダウ準位を占有している。この状態は式(12)から明らかなように $n=0$, かつ、 $m \leq 0$ について縮退している。なお、無限に縮退しているわけではなく、縮退度は試料半径 R を用いて $m_{\text{max}} = R^2/2l_B^2$ で決まる。このとき行列要素 $\langle n, m | j_{\pm} | n', m+1 \rangle$ は

$$\langle 0, m | j_+ | n', m+1 \rangle = \begin{cases} -iel_B\omega_c\sqrt{2} & (n' = 0, m = 0) \\ iel_B\omega_c\sqrt{2} & (n' = 1, m < 0) \end{cases}, \quad (19)$$

だけが0でなく、 $N=0 \rightarrow N=1$ の励起のみが許される。整理すると

$$\begin{cases} (n, m, N) & (n', m', N') \\ (0, 0, 0) & \rightarrow (0, 1, 1) \quad (m=0) \\ (0, m, 0) & \rightarrow (1, m+1, 1) \quad (m < 0) \end{cases} \quad (20)$$

のような遷移が可能である(図5)。結果、電子軌道角運動

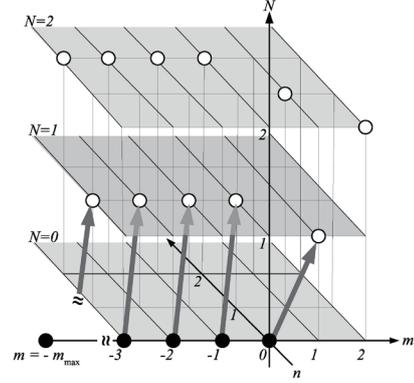


図5 光渦誘起電流 δj_+ における最低ランダウ準位から第2ランダウ準位への許される励起。いずれも $\Delta m = 1$ の変化を伴う。高橋 (2019) [15] より転載。

量の $\Delta m = 1$ の変化によって励起することになる。このことと、角運動量保存則 $\Delta m = \ell + \sigma$ 、さらに光のスピ角運動量 $\sigma = \pm 1$ を組み合わせると、光の角運動量について

$$\begin{cases} \ell = 0, \quad \sigma = 1, \\ \ell = 2, \quad \sigma = -1, \end{cases} \quad (21)$$

のときに励起が可能になり、注目すべきことに光の軌道角運動量が0でない場合でも励起する。

光渦誘起電流 (16) は

$$F^{\ell}(B) = C \left(D_{0,0,\ell}^{0,1} - \sum_{m < 0}^{-m_{\text{max}}} D_{0,m,\ell}^{1,m+1} \right), \quad (22)$$

という因子を使って、

$$\delta j_{\ell}^{+}(\omega, B) = -i \frac{F^{\ell}(B)}{\hbar\omega - \hbar\omega_c + i\delta}, \quad (23)$$

と表される。ただし、 $C = A_0 e^2 l_B \omega_c^2 \sqrt{k_{\perp}/2\pi}/V$ である。ルジャンドル倍多項式 $L_1^k(x) = 1 + k - x$ を使って和の計算をすれば多くの項が相殺し合う。さらに、 $m_{\text{max}} \gg 1$ と $\hbar/eBR^2 \ll 1$ から、

$$\begin{aligned} F^{\ell}(B) & \sim \frac{F_0}{\sqrt{\alpha^5}} \left(\frac{1+\alpha^2}{\alpha^2} \frac{\Phi_0^2}{\lambda_e^2 R^2 B^2} \left[1 + \frac{\Phi_0}{2\pi R^2 B} \right] e \right)^{\frac{\pi R^2}{\Phi_0} B} \\ & \times \int_0^{k_{\perp} R} dx x^{2m_{\text{max}}(B)+3} e^{-\frac{x^2}{2k_{\perp}^2 l_B^2}} J_{\ell}(x), \end{aligned} \quad (24)$$

のように F^{ℓ} を得る。ここで、ベッセル関数を含む動径積分を $x = k_{\perp}\rho$ で無次元化し、試料サイズが有限なために x

$= k_{\perp}R$ までの積分とした。また、磁束量子 $\Phi_0 = 2\pi\hbar/e$ と電子コンプトン波長 $\lambda_e = 2\pi\hbar/m_e c$ 、近軸近似の度合を表すパラメータ $\alpha = k_{\perp}/k_z$ を導入した。さらに $F_0 = A_0 e^2 c^2 / V \sqrt{4\pi\lambda_e e}$ である。

4.2 光渦誘起電流の磁場依存性

電子系への印加磁場 B を変化させたときの光渦誘起電流の振る舞いについて議論する。この磁場依存性を議論する前に、光渦ビームと電子系の干渉現象を理解するために、動径積分の物理的な意味を説明する。式 (24) の被積分関数を

$$g(x) = x^{2m_{\max}+3} \exp(-x^2/2k_{\perp}^2 l_B^2), \quad (25)$$

とベッセル関数 $J_{\ell}(x)$ に分ける。この $g(x)$ は電子分布に対応する。これの極値を与える x は、 $\frac{d}{dx}g(x) = 0$ から調べることができ、それは、

$$2m_{\max} + 3 - \frac{1}{k_{\perp}(B)^2 l_B(B)^2} x^{*2} = 0,$$

で決まる。極大値を与える x^* は、 $R \gg l_B$ を使って、

$$x^* = \sqrt{k_{\perp}(B)^2 l_B(B)^2 (2m_{\max} + 3)} \simeq k_{\perp}R, \quad (26)$$

のように求められ、試料の端 $k_{\perp}R$ と一致する。つまり、被積分関数に現れる $g(x)$ は試料端に存在する電子分布を意味する。一方、ベッセル関数 $J_{\ell}(x)$ は光渦ビームの強度分布に対応する。 $J_{\ell}(k_{\perp}\rho)$ は k_{\perp} または ρ の変化に応じて振動的な振舞いをするが、光渦ビームは試料端で電子分布と干渉するので、 $\rho = R$ で固定され、結局 k_{\perp} の変化で干渉の強さを変える。さらに、ベッセル関数には $J_{\ell}(k_{\perp}R) = 0$ で決まる零点があるので、特定の k_{\perp} のときに干渉しない。つまり、 $J_{\ell}(k_{\perp}R) = 0$ は暗環になる条件であったので、暗環が試料端と重なったときには誘起電流が生じないことになる。なお、波数の光軸の垂直成分は $k_{\perp} = \alpha k_z$ という関係にあり、光の角振動数が $\omega = ck = c\sqrt{k_{\perp}^2 + k_z^2} = ck_z\sqrt{1+\alpha^2}$ のように表されることから、 k_{\perp} は光の角振動数に応じて変化することに注意を要する。

光の角振動数 ω と電子系のエネルギーには密接な関係があり、外部磁場を変化させたときに両者を適切にコントロールする必要がある。このことについて詳しく議論する。式 (23) のエネルギー分母は、 $\delta \rightarrow 0$ で、

$$\frac{1}{\hbar\omega - \hbar\omega_c + i\delta} \rightarrow \mathcal{P} \frac{1}{\hbar\omega - \hbar\omega_c} - i\delta(\hbar\omega - \hbar\omega_c) \quad (27)$$

となる。ここで、右辺の $\delta(x)$ はディラックのデルタ関数で、 \mathcal{P} はコーシーの主値である。誘起電流の実部はデルタ関数部分で与えられる。 $\delta(\hbar\omega - \hbar\omega_c)$ はエネルギー保存則

を表しており、電子のサイクロトロン振動数と光渦ビームの波数の間に $\omega_c = ck_z\sqrt{1+\alpha^2}$ であることを要求する。サイクロトロン振動数が $\omega_c = eB/m_e$ で与えられることを思い出すと、外部磁場 B を変えて誘起電流を測定するにはエネルギー保存則を満たすように光渦ビームの振動数もコントロールする必要がある。また、磁気長 $l_B = \sqrt{\hbar/eB}$ から縮退度は $m_{\max} = eR^2 B/2\hbar$ となり外部磁場 B に応じて変化する。つまり、電子数が固定されるなら B の増加で最低ランダウ準位の占有率が下がる。しかしながら、本論文では電子が外部から補填されるなどして占有率が一定に保たれるとする。

では、外部磁場 B を変えたときの定量的振る舞いを調べよう。まず、表1に外部磁場 B が与えられたときの電子

表1 外部磁場 B [T] が与えられたときの各物理量。ただし、電子質量 $m_e = 9.11 \times 10^{-31}$ kg とした。

| | |
|-----------------------|--|
| 磁気長 l_B | $2.56 \times 10^{-8} B^{-1/2}$ (m) |
| サイクロトロン振動数 ω_c | $1.76 \times 10^{11} B$ (rad·s ⁻¹) |
| 励起エネルギー ΔE | $1.16 \times 10^{-4} B$ (eV) |
| 光波長 λ | $1.07 \times 10^{-2} B^{-1}$ (m) |
| 光波数 k | $5.87 \times 10^2 B$ (m ⁻¹) |

と光渦ビームの諸量の数値を示す。なお、電子質量は $m_e = 9.11 \times 10^{-31}$ kg とした。近軸近似の度合 α や試料半径 R が与えられれば、式 (24) から誘起電流の強度にあたる F^{ℓ} は B の関数となる。図6は、 $\alpha = 0.1$ とし、(a) $R = 10^{-2}$ m と (b) $R = 10^{-3}$ m の場合にプロットしたもの、図7は、 $\alpha = 0.01$ とし、他は図6と同じ場合で $|F^{\ell}|$ をプロットした

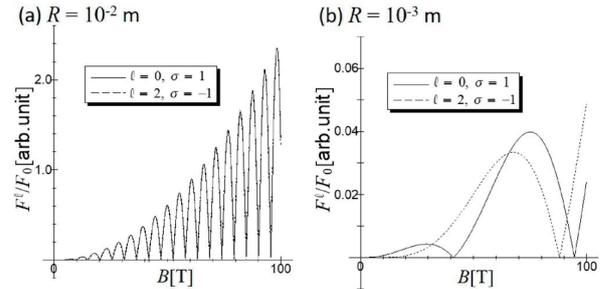


図6 近軸近似の度合 $\alpha = 0.1$ のときの $|F^{\ell}|$ の外部磁場依存性。試料半径 (a) $R = 10^{-2}$ m, (b) $R = 10^{-3}$ m。実線が $\ell = 0, \sigma = 1$ 、破線が $\ell = 2, \sigma = -1$ の光渦によるもの。高橋 (2019) [15] より一部修正。

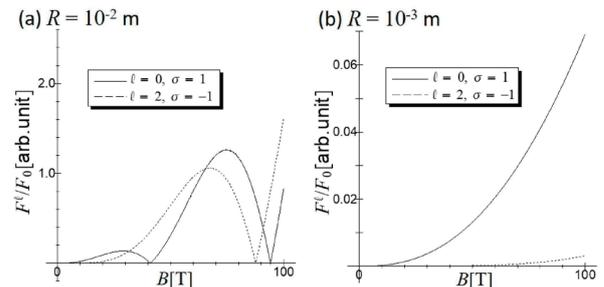


図7 近軸近似の度合 $\alpha = 0.01$ のときの $|F^{\ell}|$ の外部磁場依存性。図6と同じ場合のものである。高橋 (2019) [15] より一部修正。

ものである。いずれの場合でも振動的振る舞いをしてるのは、光渦ビームの同心円筒状暗環の半径が B の増加とともに小さくなり、暗環が試料端を横切る度に F^l が 0 になるためである。また、この振動の周期は、 $B \gg 1$ では $\Phi_0/2\lambda_e\alpha R$ で与えられる。これはそのときの (24) のベッセル関数の漸近形が

$$J_l\left(\frac{\lambda_e\alpha R}{\Phi_0}B\right) \approx \sqrt{\frac{2\Phi_0}{\pi\lambda_e\alpha RB}} \cos\left(\frac{\lambda_e\alpha R}{\Phi_0}B - \frac{2l+1}{4}\pi\right), \quad (28)$$

となり、そのコサインの半周期から分かる。

5. 実験方法の提案

本節では、我々の理論的結果を実験で再現するための方法について議論し、提案を行う。

5.1 ベッセルモード光渦ビームの生成方法

我々が注目したベッセルモード光渦ビームの生成方法について述べる。これには、図8のようにアキシコンレンズと呼ばれる円錐形状レンズにLGモード光渦ビームを照射することで生成可能である[20]。

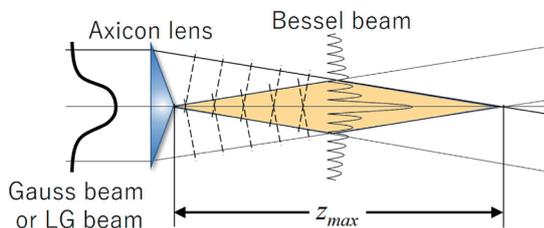


図8 アキシコンレンズによるベッセルモード光渦ビームの生成方法。黄色の領域に生成される。高橋 (2019) [15] より転載。

したがって、LGモード光渦ビームの生成する必要があるが、らせん位相板 [21]、または、フォーク状のホログラム [22] に平面波を照射することで可能である。

5.2 2次元電子ガスの生成方法

続いて、2次元電子ガスの生成方法について述べる。これはすでに多くの場合に実現されており、整数量子ホール効果の発見に繋がった GaAs/AlGaAs ヘテロ構造が有名である[23]。図9に示すような GaAs と AlGaAs の界面に2次元電子ガスが実現される。

我々の対象としてこの GaAs/AlGaAs ヘテロ構造を仮定するなら、電子有効質量が $m_e^* = 0.067m_e = 6.10 \times 10^{-33}$ kg となって、表1の数値が変更されることに注意を要する。このときサイクロトロン振動数は $B = 10$ T で 4.19 THz 程度になる。

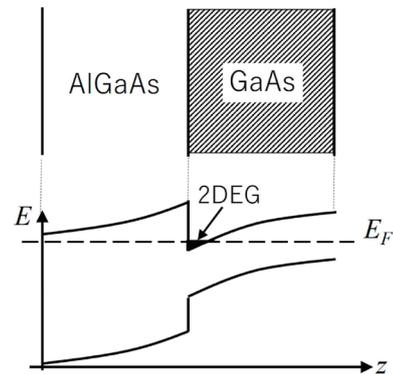


図7 GaAs/AlGaAs ヘテロ構造の概略図。上に実空間での接合を示し、下に対応したバンド構造を示す。この界面に2次元電子ガスが生じる。高橋 (2019) [15] より転載。

5.3 光渦誘起電流の実験方法

光渦誘起電流に関する我々の理論結果を検証するための実験方法の提案を行う。一例として図10のようなシステムを紹介する。まず光渦ビームの準備について述べる。ランダウ準位間の励起が必要なために、例えば、電子系が GaAs/AlGaAs ヘテロ構造の場合、THz 領域の光ビーム生成器が必要である。生成後、直線偏光子で直線偏光に変換する。続いて軌道角運動量を持たせるために、らせん位相板を透過させるか、SLM (spatial light modulator) によってフォーク状ホログラムを作成しこれに通過させる。この時点で直線偏光LGモード光渦ビームが生成されている。続いて $1/4$ 波長板を透過させれば円偏光に変換することができる。さらにベッセルモード光渦ビームで実験を行うために、アキシコンレンズなどで変換する。

続いて電子系の準備について述べる。極低温下で実験を行うためにクライオスタット内に2次元電子ガス試料を設置し、そこで磁場を印加する。ここに円偏光ベッセルモード光渦ビームを照射することになる。

光角運動量吸収による電流が誘起され、これを直接測定するには試料端に電極を取り付けることで可能であるが、[15] で述べたように誘起電流によって生じる磁化を測定したり、試料後方に CCD カメラを設置して透過光を測定することでも観測可能である。

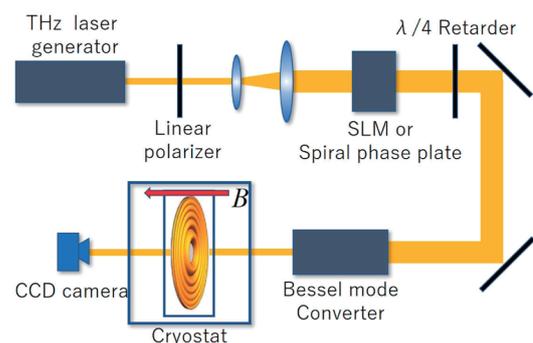


図10 光渦誘起電流実験の概念図。高橋 (2019) [15] より転載。

6. まとめと今後の展望

博士論文 [15] を基に、磁場下2次元電子ガスの円偏光ベッセルモード光渦ビームの角運動量吸収を通じたランダウ準位間励起による電流応答を報告した。

まず、ベッセルモード光渦ビームが円錐上を進む平面波の重ね合わせとして記述されることを概説した。また、近軸近似により軌道とスピンの角運動量は別個に保存量になり、そのベクトルポテンシャル (7) を得た。

光渦ビームの軌道角運動量を転送するには、電気双極子遷移の範囲では対象の重心運動にしか転送できず [11]、自由電子では光を吸収できない [13]、さらにビーム径と試料サイズの兼ね合いから、磁場下の2次元電子ガスが最適候補であるとして、その概説を行った。軸対称な2次元電子ガスは磁場下ではエネルギーが量子化され、軌道角運動量の自由度を持つことを説明した。

これらを基に、2次元電子ガスの印加磁場に平行に円偏光ベッセルモード光渦ビームを照射した際の、光の角運動量吸収によるランダウ準位間励起を通じた誘起電流を、線形応答の範囲で詳細に議論した。まず、光渦ビーム吸収の選択則を調べた。電流演算子の行列要素から電子軌道角運動量の遷移は $\Delta m = 1$ の時のみ許される。一方で、光-電子相互作用の行列要素から角運動量保存則 $\Delta m = J = \ell + \sigma$ が導かれる。円偏光の場合、 $\ell = 2, \sigma = -1$ または、 $\ell = 0, \sigma = 1$ の組み合わせのときにランダウ準位間励起が起き、誘起電流が生じることが分かった。なお、光渦ビームを印加磁場に反平行に入射した場合は、電子軌道角運動量は $\Delta m = -1$ の遷移が許されるため、 $\ell = -2, \sigma = 1$ または、 $\ell = 0, \sigma = -1$ のビームで電流が誘起される。また、光渦ビームは試料端に分布する電子とのみ干渉し、試料半径と暗環が重なれば誘起電流が消失、明環が重なれば誘起電流の強度は大きくなることも分かった。

続いて印加磁場を変化させたときの誘起電流の変化について議論した。外部磁場を増加させるとランダウ準位間のギャップが拡がり、励起に必要な光渦ビームの振動数を大きくしなければならない。このことは $J_\ell(k_\perp R) = 0$ で決まる光渦ビームの暗環の半径を小さくさせる影響がある。このために、暗環が試料端を横切る度に誘起電流が消失するような振動的振る舞いを示すことが分かった。この振動の周期は $\Phi_0/2\lambda_e\alpha R$ となり、試料サイズ R と、波数の光軸成分とその垂直成分の比 α に反比例する。

こうした我々の帰結を検証するための具体的な実験提案も行った。光渦誘起電流を測定するのに、試料端に電極を接続する、軌道磁化の測定、CCDカメラによる光渦ビーム透過の測定という方法を紹介した。こうして我々の理論的帰結を実証することは可能であり、今後の実験の進展が期待される。

今後の展望を述べる。例えば、重い電子系ではスピン・軌道相互作用が重要になり、多極子状態が実現していることが知られている。軌道角運動量に由来する多重極自由度

を持つ光渦ビームは、物質の多極子状態に直接結合し多様な遷移を起こす可能性がある。こうして、光渦ビームと物質との結合は未知の現象にアクセスできる可能性を秘めている。

7. 謝辞

指導教員である岸根順一郎教授をはじめ、議論して下さった全ての皆様に心より感謝申し上げます。

文献

- [1] J. H. Poynting, Proc. R. Soc. Lond. Ser. A82, 560 (1909).
- [2] R. A. Beth, Phys. Rev. 50, 115 (1936).
- [3] L. Allen et al., Phys. Rev. A 45, 8185 (1992).
- [4] A. Mair et al., Nature, 412, 313 (2001).
- [5] J. Durnin, J. Opt. Soc. Am. A 4, 651 (1987).
- [6] H. He et al., Phys. Rev. Lett. 75, 826 (1995).
- [7] J. Hamazaki et al., Opt. Express 18, 2144 (2010).
- [8] M. F. Andersen et al., Phys. Rev. Lett. 97, 170406 (2006).
- [9] G. F. Quinteiro and P. I. Tamborenea, EPL 85, 47001 (2009).
- [10] H. Fujita and M. Sato, Phys. Rev. B 95, 054421 (2017).
- [11] M. Babiker et al., Phys. Rev. Lett. 89, 143601 (2002).
- [12] A. Afanasev et al., New J. Phys. 20, 023032 (2018).
- [13] N. Zettili, *Quantum Mechanics: Concepts and Applications*. (Wiley, 2009).
- [14] H. T. Takahashi et al., J. Phys. Soc. Jpn. 87, 113703 (2018).
- [15] 高橋浩久光角運動量によるランダウ準位分光, 放送大学大学院文化科学研究科博士論文, (2019).
- [16] O. Matula et al., J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 46, 205002 (2013).
- [17] D. Yoshioka, *The Quantum Hall Effect*, (Springer, 2002).
- [18] L. D. Landau and L. M. Lifshitz, *Quantum Mechanics Non-Relativistic Theory. 3rd ed.*, (Butterworth-Heinemann, 1981).
- [19] R. Kubo, J. Phys. Soc. Jpn. 12, 570 (1957).
- [20] J. Arlt and K. Dholakia, Opt. Commun. 177, 297 (2000).
- [21] M.W. Beijersbergen et al., Opt. Commun. 112, 321 (1994).
- [22] V. Bazhenov et al., JETP Lett. 52, 429 (1990).
- [23] K. v. Klitzing et al., Phys. Rev. Lett. 45, 494 (1980).